

ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 HÀ NỘI
MÔN TOÁN 9
Năm học 2023- 2024
Thời gian làm bài 120 phút

Bài I. (2 điểm)

Cho $A = \frac{x+3}{\sqrt{x+3}}$ và $B = \left(\frac{x+3\sqrt{x}-2}{x-9} - \frac{1}{\sqrt{x+3}} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x+1}}$ với $x \geq 0, x \neq 9$.

- 1) Tính giá trị biểu thức A khi $x=16$.
- 2) Rút gọn biểu thức B
- 3) Cho $P = \frac{A}{B}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của P .

Bài II. (2 điểm)

- 1) Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình hoặc phương trình.
Một ô tô đi trên quãng đường dài 400km. Khi đi được 180km thì ô tô tăng tốc so với vận tốc lúc trước thêm 10km/h và đi hết quãng đường còn lại. Tính vận tốc lúc đầu của ô tô, biết thời gian đi hết cả quãng đường là 8 giờ. (Giả thiết vận tốc ô tô không đổi trên mỗi đoạn đường)
- 2) Một lon nước hình trụ có đường kính đáy bằng 6cm, chiều cao 10cm. Tính thể tích của lon nước. (Bỏ qua bề dày của lon nước.)

Bài III. (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{3y}{x-1} + \frac{2x}{y+1} = 3 \\ \frac{2y}{x-1} - \frac{5x}{y+1} = 2 \end{cases}$$

2) Cho đường thẳng $(d): y=mx+2$ và Parabol $(P): y=\frac{x^2}{2}$

- a) Chứng minh rằng (P) và (d) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B
- b) Gọi giao điểm của đường thẳng (d) và trục tung là G . Gọi H và K là hình chiếu của A và B trên trục hoành. Tìm m để diện tích tam giác GHK bằng 4.

Bài IV. (3,5 điểm) Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O) , các đường cao AD , BE , CF cắt nhau tại H . Kẻ đường kính AQ của đường tròn (O) cắt cạnh BC tại I .

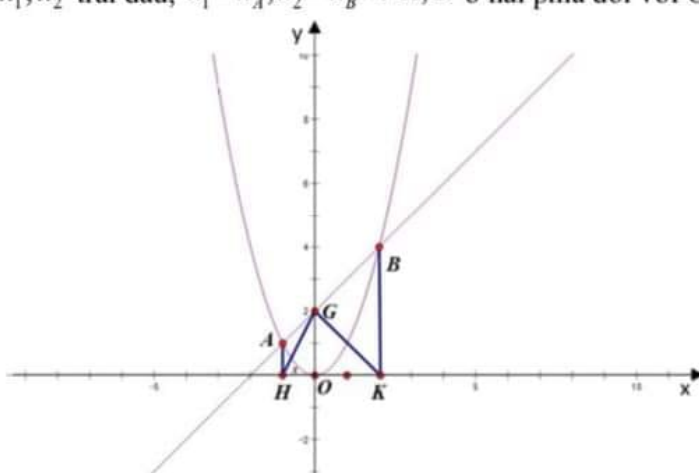
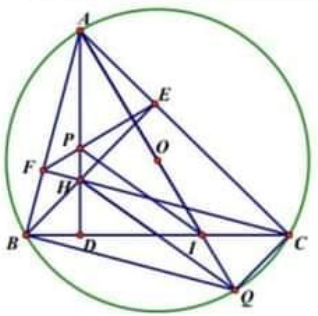
- 1) Chứng minh bốn điểm A, F, H, E cùng thuộc một đường tròn.
- 2) Chứng minh $\widehat{BAD} = \widehat{CAQ}$.
- 3) Gọi P là giao điểm của AH và EF . Chứng minh ΔAEP đồng dạng với ΔABI và $PI \parallel HQ$.

Bài V. (0,5 điểm) Cho các số thực thỏa mãn $x^2 + y^2 - xy = 4$. Tìm GTLN và GTNN của biểu thức $P = x^2 + y^2$

---Hết---

ĐÁP ÁN – BIỂU ĐIỂM

Bài	Ý	Hướng dẫn giải	Biểu điểm
Bài I (2 điểm)	1 (0,5 đ)	Thay $x=16$ (tmdk) vào A ta có: $A=\frac{16+3}{\sqrt{16+3}}$	0,25
		Tính được $A=\frac{19}{7}$ khi $x=16$	0,25
	2 (1 đ)	$B=\left(\frac{x+3\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}-\frac{1}{\sqrt{x}+3}\right)\cdot\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$	0,25
		$B=\frac{x+2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}\cdot\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$	0,25
		$B=\frac{(\sqrt{x}+1)^2}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}\cdot\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$	0,25
		$B=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}$	0,25
	3 (0,5 đ)	$P=\frac{A}{B}=\frac{x+3}{\sqrt{x}+3}\cdot\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}=\frac{x+3}{\sqrt{x}+1}=\sqrt{x}+1+\frac{4}{\sqrt{x}+1}-2$	0,25
		Áp dụng bất đẳng thức Cô Si cho 2 số $\sqrt{x}+1>0$ và $\frac{4}{\sqrt{x}+1}>0$ $P=\sqrt{x}+1+\frac{4}{\sqrt{x}+1}-2\geq 2\sqrt{(\sqrt{x}+1)\cdot\frac{4}{\sqrt{x}+1}}-2=2$	0,25
		Giá trị nhỏ nhất của P là 2 khi $\sqrt{x}+1=\frac{4}{\sqrt{x}+1}\Leftrightarrow x=1$ (tmdk)	0,25
	Bài II (2 đ)	1 (1,5 đ)	Gọi vận tốc lúc đầu của ô tô là x (km/h) ($x>0$)
Vận tốc lúc sau của ô tô là $x+10$ (km/h)			0,25
Thời gian ô tô đi trên đoạn đường đầu $\frac{180}{x}$ (h)			0,25
Thời gian ô tô đi trên đoạn đường sau $\frac{220}{x+10}$ (h)			0,25
Theo đề bài, thời gian ô tô đi trên cả quãng đường là 8 giờ. Ta có phương trình: $\frac{180}{x}+\frac{220}{x+10}=8$			0,25
Giải phương trình tìm được hai nghiệm: 45 và -5			0,25
Giá trị $x=45$ (TMDK), trả lời.			0,25
2 (0,5 đ)		2) Thể tích của lon nước là: $V=\pi r^2 h=\pi\cdot\left(\frac{6}{2}\right)^2\cdot 10=90\pi$ $\approx 282,6(\text{cm}^3)$	0,25 0,25
Bài III	1	1. ĐKXD : $x\neq 1; y\neq -1$	0,25

(2 điểm)	(1đ)	Giải được $\frac{y}{x-1} = 1; \frac{x}{y+1} = 0$	0,25
		Từ đó ta có $\begin{cases} \frac{y}{x-1} = 1 \\ \frac{x}{y+1} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=-1 \end{cases}$, với $y = -1$ không TMDKXD	0,25
		Vậy hệ phương trình vô nghiệm	0,25
	2 (1 đ)	a) Xét phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{1}{2}x^2 = mx + 2 \Leftrightarrow x^2 - 2mx - 4 = 0$ (1)	0,25
	Tính $\Delta' = m^2 + 4$ và chứng tỏ $\Delta' > 0 \forall m$ nên (P) và (d) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B	0,25	
	b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1), do $x_1 x_2 = -4 < 0$ nên x_1, x_2 trái dấu, $x_1 = x_A, x_2 = x_B \Rightarrow A, B$ ở hai phía đối với Oy	0,25	
		0,25	
	$HK = x_1 - x_2 $ $OG = 2$		
	Theo hệ thức Vi ét ta có: $x_1 + x_2 = 2m, x_1 x_2 = -4$ $S_{GHK} = \frac{1}{2} GO.HK = \frac{1}{2} . 2 . x_1 - x_2 = x_1 - x_2 = 4$ $ x_1 - x_2 = 4 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 16 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 16$ $\Leftrightarrow 4m^2 + 16 = 16 \Leftrightarrow m = 0$	0,25	
	Vậy $m = 0$		
Bài IV (3,5 đ)	1 (1,25 đ)		0,25
		Vẽ hình đúng đến hết câu 1	
		$BE \perp AC$ (gt) $\Rightarrow AEH = 90^\circ$	0,25
		$CF \perp AB$ (gt) $\Rightarrow HFA = 90^\circ$	0,25

	Xét tứ giác AFHE có: $AFH + AEH = 90^0 + 90^0 = 180^0$ Mà E và F là hai đỉnh đối nhau Suy ra tứ giác AFHE là tứ giác nội tiếp \Rightarrow 4 điểm A, F, H, E cùng thuộc một đường tròn.	0,25 0,25
2 (1,25)	Xét đường tròn (O) có: $ABC = AQC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC) $\widehat{ACQ} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) Xét $\triangle ADB$ và $\triangle ACQ$ có: $ABC = AQC$ $ADB = ACQ = 90^0$ Suy ra $\triangle ADB$ đồng dạng với $\triangle ACQ$ $\Rightarrow \widehat{BAD} = \widehat{CAQ}$.	0,5 0,25 0,25 0,25
3 (1 đ)	Vì $\widehat{BAD} = \widehat{CAQ} \Rightarrow \widehat{BAD} + \widehat{DAQ} = \widehat{DAQ} + \widehat{QAC}$ $\Rightarrow \widehat{BAI} = \widehat{PAE}$ Hoặc chứng minh tứ giác BFEC nội tiếp $\Rightarrow \widehat{ABI} = \widehat{AEP}$ Chứng minh $\triangle AEP$ đồng dạng với $\triangle ABI$ (gg) Vì $\triangle AEP$ đồng dạng với $\triangle ABI \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AP}{AI}$ (1) Chứng minh $\triangle AEH$ đồng dạng với $\triangle ABQ \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AH}{AQ}$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{AP}{AI} = \frac{AH}{AQ} \Rightarrow \frac{AP}{AH} = \frac{AI}{AQ}$ $\Rightarrow PI // HQ$ (định lý Talet đảo)	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
Bài V (0,5 đ)	Ta có $x^2 + y^2 - xy = 4$ $\Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 - 2xy = 8 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + (x-y)^2 = 8$ $\Leftrightarrow P = 8 - (x-y)^2$ Lập luận $P \leq 8$ Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} x-y=0 \\ x^2 + y^2 - xy = 4 \end{cases} \Leftrightarrow x=y=\pm 2$ P đạt giá trị lớn nhất bằng 8 khi $x=y=2$ hoặc $x=y=-2$	0,25
	$x^2 + y^2 - xy = 4 \Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 - 2xy = 8 \Leftrightarrow 3(x^2 + y^2) - (x+y)^2 = 8$ $3P = 8 + (x+y)^2$ Lập luận $P \geq \frac{8}{3}$ Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} x+y=0 \\ x^2 + y^2 - xy = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-y \\ 3x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-y \\ x = \pm \frac{2}{\sqrt{3}} \end{cases}$ P đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{8}{3}$ khi $x = \frac{2}{\sqrt{3}}; y = -\frac{2}{\sqrt{3}}$ hoặc $x = -\frac{2}{\sqrt{3}}; y = \frac{2}{\sqrt{3}}$	0,25