Đề thi thử Toán vào 10 HN 2023

MÔN TOÁN 9
Năm học 2023- 2024
Thời gian làm bài 120 phút

Câu I *(2,0 điểm)*. Cho hai biểu thức:

$$A=\frac{\sqrt{x}-1}{x+\sqrt{x}+1} \text{ và } B=\frac{1}{\sqrt{x}-1}+\frac{1}{x+\sqrt{x}+1}-\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} \text{ với } x\geq 0\ ;\ x\neq 1$$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.
2) Rút gọn B.
3) Đặt P = B : A. Tìm x để $P<2-\sqrt{x}$

Câu II *(2,0 điểm). Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

1. Để chở hết 60 tấn hàng, một đội xe dự định sử dụng một số xe cùng loại. Trước khi khởi hành, có hai xe được điều động đi làm việc khác, vì vậy mỗi xe còn lại phải chở nhiều hơn dự định 1 tấn hàng. Hỏi lúc đầu đội dự định dùng bao nhiêu xe?

2. Một cốc nước có hình dạng hình trụ có đường kính đáy bằng 6cm,chiều cao bằng 12cm và chứa một lượng nước cao 10cm. Người ta thả từ từ một viên bi làm bằng thép đặc (không thấm nước) có thể tích là $V = 4\pi(cm^3)$vào trong cốc. Hỏi mực nước trong cốc lúc này là bao nhiêu?

Câu III *(2,0 điểm)*. 1) Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases}2x+3\sqrt{y-2}=5\\3x-2\sqrt{y-2}=1\end{cases}$

2) Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 3x - m$

a) Tìm m để (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = (x_1{}^2 + 3x_2)^2 + 14m$

Câu IV *(3,5 điểm)*. Cho đường tròn (O; R) và một điểm P cố định khác O (OP < R). Hai dây AB và CD thay đổi sao cho AB vuông góc với CD tại P. Từ P kẻ PM vuông góc với BD tại M, kẻ PN vuông góc với BC tại N. Tia NP cắt AD tại F.

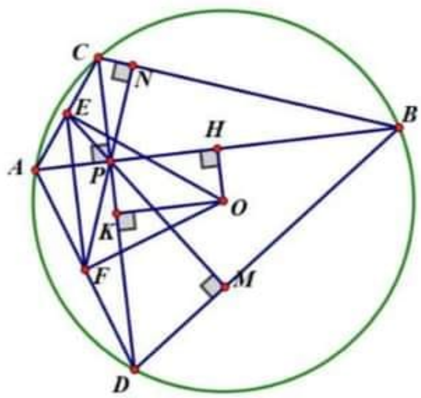
1) Chứng minh tứ giác BMPN nội tiếp.
2) Chứng minh OF vuông góc với AD.

HƯỚNG DẪN CHẤM

MÔN: TOÁN LỚP 9

Câu	Nội Dung	Điểm
Câu I		**2 đ**
1/ 0,5đ	Ta thay x = 4 (thỏa mãn điều kiện) vào A ta được: $A=\dfrac{\sqrt{4}-1}{4+\sqrt{4}+1}=\dfrac{1}{7}$ Vậy x = 4 thì A = $\dfrac{1}{7}$	0,25 0,25
2/ 1đ	$B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}+\dfrac{1}{x+\sqrt{x}+1}-\dfrac{x+2}{x\sqrt{x}-1}\quad (x\ge 0;\ x\ne 1)$ $=\dfrac{x+\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}+\dfrac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}-\dfrac{x+2}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$ $=\dfrac{x+\sqrt{x}+1+\sqrt{x}-1-x-2}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$ $=\dfrac{2\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$ $=\dfrac{2(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$ $=\dfrac{2}{x+\sqrt{x}+1}$ Vậy $B=\dfrac{2}{x+\sqrt{x}+1}$	0,25 0,25 0,25 0,25
3/ 0,5 đ	Ta có $P=B:A=\dfrac{2}{x+\sqrt{x}+1}:\dfrac{\sqrt{x}-1}{x+\sqrt{x}+1}=\dfrac{2}{\sqrt{x}-1}\quad (x\ge 0;\ x\ne 1)$ Xét: $P<2-\sqrt{x}\Leftrightarrow \dfrac{2}{\sqrt{x}-1}<2-\sqrt{x}\Leftrightarrow \dfrac{2}{\sqrt{x}-1}+\sqrt{x}-2<0$ $\Leftrightarrow \dfrac{2+(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}-1}<0\Leftrightarrow \dfrac{x-3\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}<0\quad (*)$ Vì $x-3\sqrt{x}+4=\left(\sqrt{x}-\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{7}{4}$ mọi $x\ge 0\ ;\ x\ne 1$ Nên BPT (*) thoả mãn khi $\sqrt{x}-1<0\Leftrightarrow x<1$ Kết hợp điều kiện ta được $0\le x<1$ thoả mãn bài toán	0,25 0,25

Câu II (2 điểm) **1/1,5 điểm**	Gọi số xe đội dự định dùng là x (xe) ($x \in N$, x > 2) Số hàng mỗi xe dự định chở là $\frac{60}{x}$(tấn)	**2,0đ** 0,25 0,25
	Số xe thực tế đội dùng là: (x – 2)(xe) Số hàng mỗi xe thực tế chở là: $\frac{60}{x-2}$(Tấn) Vì mỗi xe phải chở nhiều hơn một tân hàng so với dự định nên ta có phương trình: $\frac{60}{x-2}-\frac{60}{x}=1$	0,25 0,25
	Giải phương trình được $x_1 = 12$ (thoả mãn đk) $x_2 = -10$ (loại) Kết luận: số xe dự định dùng là 12 xe	0,25 0,25
Câu II 2/0,5 điểm	Thể tíchh viên bi là : $\frac{4}{3}\pi r^3$	0,25
	Thay số tính được V = 523,33 cm^3	0,25
Câu III 2 điểm		**2,0đ**
1/ 1đ	Điều kiện: $y \geq 2$ $\begin{cases}2x+3\sqrt{y-2}=5\\3x-2\sqrt{y-2}=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}6x+9\sqrt{y-2}=15\\6x-4\sqrt{y-2}=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}13\sqrt{y-2}=13\\6x-4\sqrt{y-2}=2\end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{y-2}=1\\3x=1+2\sqrt{y-2}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y-2=1\\3x=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=1\\y=3\end{cases}$(thoả mãn) Vậy hệ có nghiệm duy nhất (x;y) = (1; 3)	0,25 0,25 0,25 0,25
2a/ 0,5 đ	Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là: $x^2 - 3x + m = 0$ (1) Ta có $\Delta = 9-4m$ Để (P) cắt (d) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 phải có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2.	0,25

	$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow 9 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{9}{4}$ (*) Vậy với $m < \frac{9}{4}$ thì (P) cắt (d) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2.	0,25
2b) 0,5đ	Vì x_1 là nghiệm của phương trình (1) nên ta có $x_1^2 - 3x_1 + m = 0$ $\Leftrightarrow x_1^2 = 3x_1 - m$ $\Rightarrow T = (x_1^2 + 3x_2)^2 + 46m = (3x_1 + 3x_2 - m)^2 + 46m = [3(x_1 + x_2) - m]^2 + 46m$ Theo định lý Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1.x_2 = m \end{cases}$ thay vào biểu thức T ta được: T = $(9 - m)^2 + 14m = m^2 - 4m + 81 = (m-2)^2 + 77 \geq 0$ Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi m – 2 = 0 $\Leftrightarrow m = 2$(thoả mãn đk) Vậy T đạt GTNN bằng 77 khi m = 2	0,25 0,25
Câu IV 3,5đ		**3,5đ**
Vẽ hình 0,25		**0,25**
1/ 0,75đ	**Chứng minh tứ giác BMPN nội tiếp**	
	Xét tứ giác BMPN có: $PNB = PMB (= 90^0)$ (Do $PM \perp BD = \{M\}; PN \perp CB = \{N\}$ $\Rightarrow PMB + PNB = 90^0 + 90^0 = 180^0$ Mà PMB và PNB là hai góc đối $\Rightarrow$tứ giác PMBN nội tiếp đường tròn đương kính PB(dấu hiệu nhận biết)	0,25 0,25 0,25
2/ 1đ	**Chứng minh OF vuông góc với AD**	

	Ta có $\begin{cases} FPD = NPC \\ APF = BPN \end{cases}$ (vì đối đỉnh) Mà $NBP = CPN$ (cùng phụ NPB); $NCP = BPN$ (cùng phụ CPN) $\Rightarrow \begin{cases} FPD = NBP \\ NCP = APF \end{cases}$ Lại có $NCP = PAF$ (góc nội tiếp cùng chắn cung BD của (O)) $NBP = PDF$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AC của (O))	0,25 0,25
	Do đó suy ra $\begin{cases} APF = PAF \\ DPF = PDF \end{cases}$ Suy ra tam giác APF cân tại F và PFD cân tại F Suy ra AF = PF = FD mà F thuộc AD nên F là trung điểm của AD Xét (O) có: F là trung điểm của dây AD và OF là một phần đường kính nên OF $\perp AD$ tại F (Quan hệ giữa đường kính và dây)	0,25 0,25
3a)0,5đ	**Chứng minh BD = 2EO**	
	+ Chỉ ra OE vuông góc với AC và OF vuông góc với FD $\Rightarrow AFE + OFE = 90^0$ (1) + chứng minh EF là đường trung bình của tam giác ACD nên EF//CD EF = $\frac{1}{2}CD$ $\Rightarrow AFE = ADC = ABC$ mà $ABC + BCD = 90^o$ => $AFE + BCD = 90^0$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $OFE = BCD$ (I) Chứng minh tương tự để có: $OEF = BDC$	0,25
	+ Chứng minh tam giác EFO đồng dạng với tam giác DCB(g-g) => $\frac{BD}{OE} = \frac{CD}{EF} = 2 \Rightarrow BD = 2OE$ (điều phải chứng minh)	0,25
3b)0,5đ	**Chứng minh nếu tích AB.CD lớn nhất thì ba điểm O, P, E thẳng hàng.**	
	Kẻ $OH \perp AB$; $OK \perp CD$ lần lượt tại H và K, khi đó HA = HB; KC =KD Xét $HB^2 = OB^2 - OH^2 = R^2 - OH^2$ => $AB^2 = 4R^2 - 4HO^2$ Tương tự : $CD^2 = 4R^2 - 4KO^2$ $\Rightarrow AB^2.CD^2 = (4R^2 - 4HO^2)(4R^2 - 4KO^2)$ $= 16R^4 - 16R^2(HO^2 + KO^2) + 16HO^2.KO^2$	

	$= 16R^4 - 16R^2.OP^2 + 16HO^2.KO^2$ mà OP không đổi => $AB^2.CD^2$ lớn nhất khi và chỉ khi $HO^2 . KO^2$ lớn nhất Ta có $HO^2.KO^2 \le \dfrac{\left(HO^2+KO^2\right)^2}{4} = \dfrac{OP^4}{4}$ Dấu "=" xảy ra khi HO = KO = $\dfrac{OP}{\sqrt{2}}$ $\Leftrightarrow AB$ và CD cách đều tâm O $\Leftrightarrow$ AB = CD Từ đó suy ra PA = PC mà EA = EC, OA = OC = R Khi đó P, E, O cùng thuộc đường trung trực của AC => P, E, O thẳng hàng. =>kết luận:	
Bài 5 **0,5đ**	$\dfrac{a}{b+2c}+\dfrac{b}{c+2a}+\dfrac{c}{a+2b}\ge 1$	
	Ta có: $(b+2c)(b+2a)\le\dfrac{(2a+2b+2c)^2}{4}=(a+b+c)^2$ $=> \dfrac{a}{b+2c}=\dfrac{a(b+2a)}{(b+2c)(b+2a)}\ge\dfrac{a(b+2a)}{(a+b+c)^2}$ Tương tự ta có: $\dfrac{b}{c+2a}\ge\dfrac{b(c+2b)}{(a+b+c)^2}$; $\dfrac{c}{a+2b}\ge\dfrac{c(a+2c)}{(a+b+c)^2}$	0,25
	$=> \dfrac{a}{b+2c}+\dfrac{b}{c+2a}+\dfrac{c}{a+2b}\ge\dfrac{a(b+2a)+b(c+2b)+c(a+2c)}{(a+b+c)^2}$ $\ge\dfrac{(a^2+b^2+c^2)+2(ab+bc+ca)}{(a+b+c)^2}=1$ =>(ĐPCM)	0,25

* *Chú ý: Học sinh làm cách khác đúng vẫn được điểm tối đa.*

Gọi E là trung điểm của AC.

a) Chứng minh BD = 2EO.

b) Chứng minh: Nếu tích AB.CD lớn nhất thì ba điểm O, P, E thẳng hàng.

Câu V *(0,5 điểm).* Cho ba số thực a, b, c dương. Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{b+2c}+\frac{b}{c+2a}+\frac{c}{a+2b}\geq 1$$

-----------------*Hết* -----------------